

01

يحتوي صندوق على 4 كرات خضراء و 4 كرات حمراء و كرتين زرقاوين.

(1) نسحب في آن واحد 3 كرات من الصندوق.

(أ) أحسب عدد السحبات الممكنة.

(ب) أحسب عدد السحبات بحيث تكون الكرات الثلاث المسحوبة من نفس اللون

(ج) أحسب عدد السحبات بحيث تكون الكرات الثلاث المسحوبة مختلفة اللون.

(د) أحسب عدد السحبات بحيث تكون الكرات المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى

(2) نسحب 3 كرات من الصندوق بالتتابع و بإحلال.

أجب عن نفس الأسئلة (أ) و (ب) و (ج) و (د) في هذه الحالة.

(3) نسحب 3 كرات من الصندوق بالتتابع و بدون إحلال.

أجب عن نفس الأسئلة (أ) و (ب) و (ج) و (د) في هذه الحالة.

02

يتكون قسم من 38 تلميذا : 20 أنثى و 18 ذكرا.

نريد تكوين لجنة من 4 تلاميذ في هذا القسم.

(1) كم هو عدد اللجان التي يمكن تكوينها؟

(2) كم هو عدد اللجان التي يمكن تكوينها إذا علمت أن 3 تلاميذ معلومين

يرفضون ترشيحهم.

(3) كم هو عدد اللجان التي تضم تلميذين و تلميذتين.

(4) كم هو عدد اللجان التي يمكن تكوينها بحيث لا تحتوي على التلميذين

أحمد و حسن في نفس الوقت

03

تتكون أسرة من 6 إناث و 4 ذكور.

نريد اختيار 3 أفراد من بين أفراد هذه الأسرة.

(1) حدد عدد المجموعات التي يمكن تكوينها.

(2) حدد عدد المجموعات التي تحتوي على الإناث فقط.

(3) حدد عدد المجموعات التي تحتوي على ذكرين فقط.

(4) حدد عدد المجموعات التي تحتوي على ذكر على الأقل.

04

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء. و يحتوي

صندوق U_2 على 5 كرات حمراء و 2 كرات خضراء و كرة صفراء.

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق U_1 و كرة من

الصندوق U_2 .

(1) ما هو حدد الإمكانيات لسحب ثلاث كرات؟

(2) حدد عدد الإمكانيات في كل من الحالات التالية:

أ- سحب ثلاث كرات حمراء.

ب- سحب كرة خضراء واحدة فقط.

ج- سحب كرتين خضراوين و كرة صفراء.

د- سحب كرة من كل لون.

05

يحتوي صندوق على 5 كرات خضراء و 3 كرات حمراء.

نسحب من الصندوق 4 كرات بالتتابع و بدون إحلال.

(1) حدد عدد السحبات الممكنة.

(2) حدد عدد السحبات التي تكون فيها الكرات الثلاث الأولى حمراء.

(3) حدد عدد السحبات التي تكون فيها الكرة الأولى حمراء.

(4) حدد عدد السحبات التي تحتوي على كرة واحدة حمراء.

(5) حدد عدد السحبات التي تضم كرتين خضراوتين فقط.

06

يحتوي صندوق على كرتين تحملان الرقم 0 ، و على ثلاث كرات تحمل

الرقم 1 ، و على أربع كرات تحمل الرقم 2.

نسحب بالتتابع و بإحلال 3 كرات من الصندوق.

(1) ما هو عدد السحبات الممكنة.

(2) ما هو عدد السحبات التي يكون فيها مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 2.

07

يحتوي صندوق على كرة بيضاء و 3 كرات حمراء 3 كرات سوداء.

نسحب عشوائيا و تأنيا 3 كرات من الصندوق.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الألوان التي أفرزتها هذه السحبة.

(1) حدد القيم التي يمكن أن يأخذها X .

(2) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

08

يحتوي كيس على 9 بیدقات مرقمة كالتالي: 2;2;2;1;1;1;0;0;0

(1) نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس.

أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين:

E_1 : "من بين البیدقات المسحوبة توجد بیدقة واحدة بالضبط تحمل رقما زوجيا".

E_2 : "من بين البیدقات المسحوبة توجد بیدقة واحدة على الأقل تحمل الرقم 1".

(2) في هذه المرة نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال بیدقتين من

الكيس.

ليكن X المتغير الذي يساوي مجموع رقمي البیدقتين المسحوبتين.

(أ) حدد القيم التي يأخذها X .

(ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(ج) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ و المغايرة $V(X)$.

09

يتكون قسم من 20 تلميذا موزعين على ثلاث فئات: فئة مكونة من 10

تلاميذ داخليين ، و فئة مكونة من 4 تلاميذ خارجيين ، و فئة مكونة من 6

تلاميذ نصف داخليين .

نريد تكوين لجنة من 3 تلاميذ لتمثيل القسم. نفترض أن لكل تلميذ نفس الحظ

لكي يكون عضوا في اللجنة.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الفئات الممثلة داخل اللجنة.

(1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

(2) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(3) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

10

يحتوي كيس على 7 بیدقات مرقمة من 1 إلى 7. نسحب عشوائيا من

الكيس، البیدقات بالتتابع و بدون إحلال.

(1) (أ) ما هو احتمال الحصول لأول مرة على رقم زوجي في السحب

الثالث؟

(ب) ما هو احتمال الحصول على رقمين زوجيين و رقم فردي

خلال السحبات الثلاث الأولى؟

(2) ليكن X م العشوائي الذي يساوي عدد البیدقات التي تحمل رقما

زوجيا و المسحوبة قبل الظهور لأول مرة لبیدق يحمل رقما فرديا.

(أ) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

11

يحتوي صندوق A على خمس كرات حمراء مرقمة من 1 إلى 5

و يحتوي صندوق B على أربع كرات خضراء مرقمة من 1 إلى 4.

نسحب كرة واحدة من A ، ثم نسحب كرة واحدة من B ونسجل رقميهما.

(1) ما هو احتمال كل من الأحداث التالية:

E : "الحصول على رقمين زوجيين".

F : "الحصول على رقمين فرديين".

G : "الحصول على رقمين أحدهما فردي و الآخر زوجي"

- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع الرقمين المحصل عليهما.
 (أ) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .
 (ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.
 (3) نكرر الاختبار (ξ) خمس مرات و في كل مرة نعيد كل كرة إلى الصندوق الذي سحبت منه.
 ما هو احتمال الحصول ثلاث مرات بالضبط على كرتين مختلفتي اللون؟

15

- يحتوي كيس على 8 بيادق:
 ▪ واحد لونه أحمر و مثلث الشكل.
 ▪ اثنان لونهما أخضر و مثلثا الشكل.
 ▪ 5 لونهم أحمر و مستطيلو الشكل.
 نسحب عشوائيا و في آن واحد بيدين من الكيس و نفترض أن جميع السحبات متساوية الاحتمال. و نعتبر الحدثين A و B كالتالي:
 A : " الحصول على كرتين مختلفتي الرقم "
 B : " الحصول على كرتين مختلفتي اللون "
 (1) أحسب احتمال الأحداث التالية A و B و $A \cap B$.
 (2) هل الحدثان A و B مستقلان؟
 (3) بعد عملية سحب ، حصلنا على بيدين من نفس اللون. ما هو الإحتمال أن يكونا من نفس الشكل؟

16

- يحتوي صندوق على 4 كرات مرقمة من 1 إلى 4. نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق. نفترض أن الكرات الأربع لها نفس احتمال السحب.
 (1) حدد كون الأمكانيات.
 (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل إمكانية $\{a, b\}$ بالعدد الحقيقي $(-1)^{a+b}$ حيث a و b هما رقما الكرتين المسحوبتين. حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .
 (3) ليكن Y المتغير العشوائي الذي يربط كل إمكانية $\{a, b\}$ بالعدد الحقيقي $(-1)^a + (-1)^b$ حيث a و b هما رقما الكرتين المسحوبتين. حدد القانون المصاحب للزوج (X, Y) .
 (4) علما أن الحدث $(Y \neq 0)$ محقق أحسب احتمال الحدث $(X = 1)$.

17

- يحتوي كيس على كرة تحمل الرقم 1 و كرتين تحملان الرقم 2 و ثلاث كرات تحمل الرقم 3.
 نسحب بالتتابع و بإحلال ثلاث كرات و نسجل أرقام الكرات المسحوبة جنبا إلى جنب من اليسار إلى اليمين في ترتيب السحب بحيث نحصل على عدد مكون من ثلاث أرقام. نعتبر أن جميع السحبات متساوية الإحتمال.
 (1) أ- أحسب احتمال الحصول على عدد مكون من ثلاثة أرقام فردية.
 ب- أحسب احتمال الحصول على عدد زوجي.
 (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الأرقام الزوجية التي تشتمل عليها كتابة العدد المحصل عليه، و ليكن Y المتغير العشوائي الذي يساوي 0 إذا كان العدد المحصل عددا زوجيا و الذي يساوي 1 إذا كان العدد المحصل عددا فرديا.
 أ- أعط القانون المصاحب للزوج (X, Y) .
 ب- حدد القانونين الهامشيين.
 ج- هل المتغيران X و Y مستقلان؟ علل جوابك.

- (2) ليكن X المتغير العشوائي المعرف كما يلي:
 X يساوي رقم الكرة الحمراء إذا كان رقما الكرتين المسحوبتين زوجيين.
 X يساوي رقم الكرة الخضراء إذا كان رقما الكرتين المسحوبتين فرديين.
 X يساوي أكبر رقمي الكرتين المسحوبتين إذا كان أحدهما زوجيا و الآخر فرديا.
 (أ) حدد القيم التي يأخذها X .
 (ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

12

- يرمي أحمد هدفا ثابتا مستعملا نوعين من الرصاص. احتمال إصابته الهدف برصاصة من النوع A هو $\frac{8}{10}$ و احتمال إصابته الهدف برصاصة من النوع B هو $\frac{6}{10}$.
 (1) يرمي أحمد الهدف برصاصتين من النوع A. ليكن X عدد إصابته الهدف.
 أعط قانون X . و أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.
 (2) يرمي أحمد الهدف برصاصة من النوع A ثم برصاصة من النوع B. (أ) أحسب احتمال إصابته الهدف بالرصاصتين معا.
 (ب) أحسب احتمال إصابته الهدف بإحدى الرصاصتين على الأقل.
 (3) يسحب أحمد تانيا رصاصتين من كيس يحتوي على 3 رصاصات من النوع A و 4 من النوع B.
 (أ) أحسب احتمال سحب رصاصتين من النوع A.
 (ب) أحسب احتمال سحب رصاصتين مختلفتي النوع.
 (ج) أثبت أن احتمال إصابة أحمد الهدف مرتين هو: $\frac{328}{700}$.

13

- يحتوي صندوق U_1 على 9 كرات: 4 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كرتان لونهما أحمر.
 (1) نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الصندوق U_1 . و ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بالعدد $2n - 4$ حيث n هو عدد الكرات البيضاء المسحوبة.
 (أ) أعط قانون احتمال X .
 (ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .
 (2) نعتبر صندوقا آخر U_2 يحتوي على 10 كرات: 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء.
 نقوم بالاختبار التالي: نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_2 و نضعها في الصندوق U_1 بعد تسجيل لونها ثم نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 .
 أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين:
 E_1 : " الكرة المسحوبة في آخر الاختبار حمراء ".
 E_2 : " الكرة المسحوبة في آخر الاختبار بيضاء ".

14

- نعتبر صندوقين U_1 و U_2 بحيث: يحتوي U_1 على 3 كرات سوداء تحمل الرقم 1 و كرتين بيضاوين تحملان الرقم 2. و يحتوي U_2 على 4 كرات سوداء تحمل الأرقام: 1، 1، 2، 2. نعتبر الاختبار (ξ) : "نسحب كرة من U_1 و كرة من U_2 ".
 (1) أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين:
 A : " الحصول على كرتين مختلفتي الرقم "
 B : " الحصول على كرتين مختلفتي اللون "