الثانية علوم رياضية أ و ب مدة الإنجاز : 4 ساعات المعامل : 10	الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريـــــــــــــــــــــا دورة : يوليوز 2004 (الدورة الاستدراكية)	المملكة المغربية وزارة التربيةالوطنية والشباب

التمرين الأول (نقطتان ونصف)

يحتوي كيسر على 10كرات بيضاء و 10كرات حمراء لا يمكن التمييز بينها باللمس .
نسحب عشوائيا كرة من الكيس . إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نعيدها إلى الكيس وإذا كانت بيضاء نضع بدلها في الكيس 3كرات حمراء ثم نسحب كرة من الكيس .

1) أحسب الاحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان حمراوين . 0,5
2) أحسب الاحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان بيضاوين . 0,5
3) أحسب الاحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين . 0,5
4) أحسب الاحتمال لكي تكون الكرة الأولى المسحوبة بيضاء علما بأن الكرة الثانية المسحوبة بيضاء 1

التمرين الثاني (3نقط)

ا) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $(E):\ 3x-2y=1$ 0,5

2) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم .

أ- بين أن الزوج $(14n+3\ ,\ 21n+4)$ حل للمعادلة (E) . 0,25

ب - استنتج أن العددين $14n+3$ و $21n+4$ أوليان فيما بينهما . 0,25

3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين $2n+1$ و $21n+4$.

أ- بين أن $d=1$ أو $d=13$. 0,5

ب - بين أن : $d=13 \Leftrightarrow n\equiv 6\ [13]$ 0,5

4) من أجل كل عدد صحيح طبيعي n بحيث $n\geq 2$ نضع :

$A=21n^2-17n-4$ و $B=28n^3-8n^2-17n-3$

أ- بين أن العددين A و B قابلين للقسمة على $n-1$ في المجموعة $\mathbb{Z}$. 0,5

ب - حد حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B . 0,5

التمرين الثالث (4 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$

ليكن a عددا عقديا غير منعدم شكله الجبري هو: $a=\alpha+i\beta$.

1) لتكن (H) مجموعة النقط M التي لحقها z يحقق : $z^2-(\bar{z})^2=a^2-(\bar{a})^2$.

أ- حدد طبيعة (H) . 0,5

ب - أنشئ (H) في الحالة : $a=1+i$. 0,5

2) لتكن (C) مجموعة النقط M التي لحقها z يحقق : $(z-a)(\bar{z}-\bar{a})=4a\bar{a}$.

أ- حد طبيعة (C). 0,5

ب - أنشئ (C) في الحالة : $a=1+i$. 0,5

3) نعتبر فى المجموعة $\mathbb{C}$ ، النظمة :

$$(S):\ \begin{cases} z^2-(\bar{z})^2=a^2-(\bar{a})^2 \\ (z-a)(\bar{z}-\bar{a})=4a\bar{a} \end{cases}$$

ونضع $u=z-a$

أ- بين أن النظمة (S) تكافئ النظمة $(S'):\begin{cases} u\bar{u}=4a\bar{a} \\ (u+2a)(u^3-8a(\bar{a})^2)=0 \end{cases}$ 0,5

ب - نضع $a=re^{i\theta}$ حيث $r>0$ و $-\pi<\theta\le\pi$. 0,75

حدد بدلالة r و θ ألحاق نقط تقاطع (C) و (H).

ج - استنتج أن تقاطع (C) و (H) يتضمن ثلاث نقط هي رؤوس لمثلث متساوي الأضلاع . 0,75

التمرين الرابع (10 نقط و نصف)

I - لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي:

$$f(x)=4xe^{-x\ln 2}-2 \quad \text{و} \quad g(x)=\frac{\ln(2x)}{x}$$

وليكن (C) و (Γ) المنحنيين الممثلين للدالتين f و g على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

(الوحدة : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=4cm$) .

1)أ- أحسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$. 0,5

ب - حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C). 0,5

2) أ- بين أن : $(\forall x\in IR): f'(x)=4(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ 0,5

ب - أعط جدول تغيرات الدالة f . 0,25

ج - بين أن العددين 1 و 2 هما الحلين الوحيدان للمعادلة $f(x)=0$. 0,75

3) أدرس الدالة g : النهايات، الفروع اللانهائية ، التغيرات . 1

4) أرسم المنحنيين (C) و (Γ) في نفس المعلم . 1

(تحديد نقط الانعطاف غير مطلوب - نأخذ : $\ln 2=0,7$ ؛ $e=2,7$ ؛ $\frac{1}{\ln 2}=1,4$ ؛ $\frac{1}{e}=0,4$)

II - ليكن k عددا حقيقيا بحيث : $0<k<\frac{2}{e}$.

1)أ- تحقق مبيانيا أن المعادلة $g(x)=k$ تقبل حلين مختلفين α و β بحيث $\frac{1}{2}<\alpha<\beta$. 0,5

ب - حدد قيمة العدد k بحيث يكون العددان α و β هما حلا المعادلة : $f(x)=0$. 0,25

نعتبر الدالة العددية f_k المعرفة على IR بما يلي : $f_k(x)=4xe^{-kx}-2$

2) أ- تأكد من أن : $(\forall x\in IR): f_k'(x)=4(1-kx)e^{-kx}$. 0,25

ب - أعط جدول تغيرات f_k . 0,5

3) أ- استنتج أن المعادلة $f_k(x)=0$ تقبل بالضبط حلين مختلفين a و b بحيث : 0,5

$$a<\frac{1}{k}<b$$

ب - بين أن : $a=\alpha$ و $b=\beta$. 1

4) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $(\forall t\in IR): \int_0^t xe^{-kx}dx=\frac{1}{k^2}(1-kte^{-kt}-e^{-kt})$ 0,5

ب- أحسب التكامل $I_k=\int_\alpha^\beta f_k(x)dx$ بدلالة α و β . 0,5

ج- استنتج أن : $\ln(2\alpha).\ln(2\beta)\le 1$. 0,75

5) بين أنه إذا كان u و v عددين حقيقيين مختلفين موجبين قطعا بحيث : $\frac{\ln(u)}{u}=\frac{\ln(v)}{v}$ 0,75

فإن $\ln(u).\ln(v)\le 1$.