

مادة الرياضيات مدة الإنجاز : 3 ساعات <b>Prof : BENELKHATIR</b>	الإمتحان التجريبي للسنة الثانية باكالوريا علوم تجريبية دورة أبريل 2006	ثانوية الفتح نيابة الخميسات ذ : عبد الله بن لخثير
--	--	---

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

■ مسألة: (07 نقط و نصف )

-- الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln|x|$

و ليكن  $(C_f)$  منحناها في معلم متعامد ومنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1)- حدد  $D_f$  ، ثم أحسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  و اعط تأويلهما الهندسي . (0,75 ن)
- (2)- حدد النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ، ثم أدرس الفرعين اللانهائيين ل  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$  . (1 ن)
- (3)- أ- بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $D_f$  و أن :  $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$   $\forall x \in D_f$  . (0,25 ن)  
 ب- إستنتج رتبة الدالة  $f$  و أنشئ جدول تغيراتها على  $D_f$  . (0,25 ن)

ج- بين أن  $(C_f)$  يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها  $\alpha$  ينتمي إلى المجال  $]-2, -\frac{3}{2}[$  . (0,5 ن)

(4)- بين أن  $f''(x) = \frac{2-x}{x^3}$  ،  $\forall x \in D_f$  ، ثم أدرس تقعر  $(C_f)$  و حدد إحداثيتي نقطة إنعطافه  $\Omega$  . (0,5 ن)

(5)- أرسم المماس  $(T)$  عند نقطة الإنعطاف  $\Omega$  و المنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . (0,75 ن)

(6)- بين أن الدالة العددية  $F$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  ب :  $F(x) = -x + (x+1)\ln x$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$  . (0,25 ن)

(7)- إستنتج المساحة الهندسية للحيز  $D$  المحصور بين محور الأفاصيل و المنحنى  $(C_f)$  و المستقيمين اللذين معادلتها  $x=1$  و  $x=e$  . (0,25 ن)

-- الجزء الثاني:

لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$g(x) = \begin{cases} |x|e^{\frac{1}{x}}; x \in \mathbb{R}^* \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

(1)- أ- بين أن  $\forall x \in \mathbb{R}^* : g(x) = e^{f(x)}$  ، ثم إستنتج النهايتين  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$  و اعط

تأويلهما الهندسي . (0,75 ن)

ب- حدد طبيعة الفرعين اللانهائيين ل  $(C_g)$  بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$  . (1 ن)

(2)- أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $g$  على يسار  $x_0 = 0$  و اعط التأويل الهندسي للنتيجة المحصل عليها . (0,25 ن)

ب- أحسب  $g'(x)$  على  $\mathbb{R}^*$  بدلالة  $f'(x)$  ، ثم إستنتج تغيرات الدالة  $g$  إنطلاقا من تغيرات الدالة  $f$  . (0,5 ن)

(3)- أنشئ المنحنى  $(C_g)$  في معلم متعامد و ممنظم . (0,5 ن)

مادة الرياضيات مدة الإنجاز : 3 ساعات <b>Prof : BENELKHATIR</b>	<b>الإمتحان التجريبي للسنة الثانية</b> <b>بكالوريا علوم تجريبية</b> <b>دورة أبريل 2006</b>	<b>ثانوية الفتح</b> <b>نيابة الخميسات</b> <b>ذ : عبد الله بن لخثير</b>
--	--	--

### ■ التمرين الأول: (نقطتين و نصف )

نعتبر المتتاليتين العدديتين  $(u_n)_{n \geq 0}$  و  $(v_n)_{n \geq 0}$  بحيث :

$$. \mathbb{N} \text{ لكل } n \text{ من } v_n = \ln(u_n) \text{ و } \begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

(1)- بين أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية و اعط أساسها و حدها الأول . (0,75 ن )

(2)- عبر عن الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ، ثم إستنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  . (0,5 ن )

(3)- لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ، نضع  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$  و  $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_{n-1}$  .

أ- عبر عن  $S_n$  بدلالة  $n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ، ثم إستنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  . (0,5 ن )

ب- عبر عن  $P_n$  بدلالة  $S_n$  ، ثم إستنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$  . (0,75 ن )

### ■ التمرين الثاني: (05 نقط )

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء و كرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس .

(1)- نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق ، أحسب إحتمال كل حدث من الأحداث التالية :

"  $A_0$  لم تسحب أية كرة سوداء " و "  $A_1$  سحب كرة واحدة سوداء بالضبط "

و "  $A_2$  الكرتين المسحوبتين سوداوين " (0,75 ن )

(2)- بعد السحب الأول بقيت في الصندوق أربع كرات ، نجري سحبا ثانيا لكرتين بالتتابع و بدون إحلال .

و نعتبر الأحداث التالية :

"  $B_0$  لم تسحب أية كرة سوداء عند السحب الثاني "

"  $B_1$  سحب بالضبط كرة واحدة سوداء عند السحب الثاني "

و "  $B_2$  الكرتين المسحوبتين عند السحب الثاني سوداوين "

أ- أحسب الإحتمالات التالية :  $p_{A_0}(B_0)$  و  $p_{A_1}(B_0)$  و  $p_{A_2}(B_0)$  ، ثم إستنتج  $p(B_0)$  . (1 ن )

ب- أحسب بنفس الطريقة الإحتمالين :  $p(B_1)$  و  $p(B_2)$  . (1 ن )

ج- إذا علمت أنه عند السحب الثاني حصلنا على كرة سوداء بالضبط ، فما هو إحتمال الحصول على كرة واحدة

سوداء بالضبط عند السحب الأول ؟ (0,5 ن )

(3)- نعتبر الحدث:

"  $R$  لكي تسحب الكرتين السوداوين تم بالضبط إجراء السحب الأول والسحب الثاني "

بين أن :  $p(R) = \frac{1}{3}$  . (0,75 ن )

(4)- نسحب هذه المرة عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق ، و نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي

يربط كل سحبة ممكنة بعدد الكرات الحمراء المكونة لها .

حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي  $X$  ، ثم أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  . (1 ن )

<u>مادة الرياضيات</u> <u>مدة الإنجاز : 3 ساعات</u> <u>Prof : BENELKHATIR</u>	<u>الإمتحان التجريبي للسنة الثانية</u> <u>بكالوريا علوم تجريبية</u> <u>دورة أبريل 2006</u>	<u>ثانوية الفتح</u> <u>نيابة الخميسات</u> <u>ذ : عبد الله بن لخثير</u>
--	--	--

■ التمرين الثالث: ( نقطة و نصف )

- في الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقطة  $\Omega(2,1,1)$  والمستوى (P) الذي معادلته :  $x + 2y - 3z = 10$ .
- (1) - أكتب معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها  $\Omega$  و شعاعها  $r = 3$ . (0,5 ن)
- (2) - أحسب  $d(\Omega, (P))$  ، ثم إستنتج أن  $(S) \cap (P)$  دائرة (C) يتم تحديد مركزها H و شعاعها R. (1 ن)

■ التمرين الرابع: ( ثلاث نقط و نصف )

- نعتبر في المجموعة  $\mathbb{C}$  الحدودية :  $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$ .
- (1) - بين أن المعادلة  $P(z) = 0$  تقبل حلا تخيليا صرفا  $z_0$  ينبغي تحديده. (0,25 ن)
- (2) - تحقق من أن :  $\forall z \in \mathbb{C} : P(z) = (z - z_0)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)$ .
- ثم أوجد في المجموعة  $\mathbb{C}$  العددين  $z_1$  و  $z_2$  حلي المعادلة :  $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$  حيث  $\text{Im}(z_2) < 0$ . (0,5 ن)
- (3) - أكتب على الشكل المثلثي الأعداد العقدية التالية :  $z_0$  و  $z_1$  و  $z_2$  و  $z_1 - z_0$  و  $z_2 - z_0$ . (1,25 ن)
- (4) - المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .
- أنشيءالنقط  $A(z_0)$  و  $B(z_1)$  و  $C(z_2)$  ، ثم بين أن الرباعي OABC معين. (1,5 ن)