

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين الأول : (ثلاث نقط)

...

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقط :

$$\Omega(2; -2; 1) , C(0; 0; 1) , B(-1; 0; 0) , A(1; 1; 0)$$

$$(1) \text{ أ - حدد إحداثيات المتجهة : } \vec{AB} \wedge \vec{AC}$$

ب - تحقق أن : $x - 2y - z + 1 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) .ج - إعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من Ω و العمودي على المستوى (ABC) .(2) أ - حدد معادلة ديكرتية للفلكة (S) التي مركزها Ω و المماسة للمستوى (ABC) .ب - حدد إحداثيات H نقطة تماس الفلكة (S) و المستوى (ABC) .**التمرين الثاني : (ثلاث نقط ونصف)**لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{8} \left(1 + \sqrt[3]{u_n} \right)^3 \end{cases}$$

(1) بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} ; 0 \leq u_n \leq 1$ (2) أدرس رتبة (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة . (لاحظ أن : $8u_n = \left(2\sqrt[3]{u_n} \right)^3$)(3) نضع : $\forall n \in \mathbb{N} ; v_n = \sqrt[3]{u_n} - 1$ أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.ب - أكتب v_n ثم u_n بدلالة n و احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.(4) نضع : $S_n = \sqrt[3]{u_0} + \sqrt[3]{u_1} + \sqrt[3]{u_2} + \dots + \sqrt[3]{u_{n-1}}$ أحسب S_n بدلالة n .**التمرين الثالث : (أربع نقط)**نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة : $(E) : z^2 - (1 + 3i\sqrt{3})z - 8 = 0$ (1) أ - أحسب : $(3 + i\sqrt{3})^2$ ب - حل في \mathbb{C} المعادلة (E) .ج - أكتب حل المعادلة (E) على الشكل المثلي .

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقطتين A و B

$$z_B = -1 + i\sqrt{3} \quad \text{و} \quad z_A = 2 + 2i\sqrt{3}$$

أ - تحقق أن : $\frac{z_B - z_A}{z_B} = \sqrt{3}i$ و استنتج طبيعة المثلث OAB .

ب - حدد العدد العقدي z_C لحق النقطة C بحيث يكون الرباعي OBAC مستطيلا .

مسألة : (تسع نقط و نصف)

$$\begin{cases} f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1) ; & x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x \ln(x+1)} ; & x \geq 0 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$

(1) تحقق أن f متصلة في $x_0 = 0$

$$\begin{cases} \frac{f(x)}{x} = \frac{\ln(e^{2x} - e^x + 1)}{e^{2x} - e^x} \cdot e^x \cdot \frac{e^x - 1}{x} ; & x < 0 \\ \frac{f(x)}{x} = \sqrt{\frac{\ln(x+1)}{x}} ; & x > 0 \end{cases}$$

ب - استنتج أن f قابلة للإشتقاق في $x_0 = 0$ وأن $f'(0) = 1$.

(3) أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم حدد الفروع اللانهائية للمنحنى (C) .

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{e^x(2e^x - 1)}{e^{2x} - e^x + 1} ; & x < 0 \\ f'(x) = \frac{\ln(x+1) + \frac{x}{x+1}}{2\sqrt{x \ln(x+1)}} ; & x > 0 \end{cases}$$

ب - استنتج أن f تزايدية قطعا على كل من المجالين $[-\ln 2; 0]$ و $[0; +\infty[$ و تناقصية قطعا على $]-\infty; -\ln 2]$.

(5) أنشئ المنحنى (C) . (نقبل أن (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها أصغر من -1)

$$(6) \text{ أ - أحسب التكامل : } \int_0^1 \frac{x^2}{1+x} dx$$

ب - استنتج حجم المجسم المولد بدوران (C) حول محور الأفاصيل دورة كاملة على المجال $[0; 1]$.
(استعمل المكاملة بالأجزاء)

(7) ليكن h قصور الدالة f على المجال $I = [-\ln 2; 0]$

أ - بين أن h تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده .

ب - حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من J . .

