سلم التنقيط	
	ثانوية علال الفايي – س – سليمان . امتحان تجريبي في مادة الرياضيات . الثانية باك علوم رياضية . الموسم الدراسي : 2007/2006

التمرين رقم 1 : لكل عدد عقدي z مخالف للعدد 1 ، نضع $f(z)=\dfrac{iz^2}{z-1}$ — ن2,25

1) حدد مجموعة النقط $M(z)$ بحيث $f(z)\in i\mathbb{R}$. — ن0,5

2) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z)=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (E) — ن1,25

اكتب الحلول على الشكل الجبري و المثلثي .

3) ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) بحيث $|z_1|=1$ — ن0,5

احسب $z_1^3+z_2^6$

التمرين رقم 2 : 1) ليكن a و k عددين صحيحين طبيعيين بحيث $a>1$ و k عدد فردي . — ن2,75

أ- بين أن : $a^k+1\equiv 0\ [a+1]$ — ن1

ب- استنتج أن : $2^{4n+2}+1\equiv 0\ [5]$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ — ن0,25

2) تحقق أن : $2^{4n+2}+1=\left(2^{2n+1}-2^{n+1}+1\right)\left(2^{2n+1}+2^{n+1}+1\right)$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$. — ن0,25

3) أ- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$ بحيث $n>1$ لدينا : $2^{2n+1}-2^{n+1}+1\geq 25$ — ن0,25

ب- استنتج أن العدد $\dfrac{2^{4n+2}+1}{5}$ عدد غير أولي . — ن1

التمرين رقم 3 : لكل عنصرين x و y من المجال $I=]-1,1[$ ، نضع : $x*y=\dfrac{x+y}{1+xy}$ — ن5

1)بين أن $*$ قانون تركيب داخلي في I . — ن0,5

2)بين أن $(I,*)$ زمرة تبادلية . — ن1,25

3)نعتبر المجموعة $D=\{z\in\mathbb{C}/|z|=1\}$

أ- ليكن α عنصرا من I و z عنصرا من D.

بين أن $|1-\alpha z|=|z-\alpha|$ و استنتج أنه إذا كان $z\in D$ فإن $\dfrac{z-\alpha}{1-\alpha z}\in D$ — ن0,75

ب- نعتبر التطبيق $f_\alpha : D\to D$, $z\mapsto \dfrac{z-\alpha}{1-\alpha z}$ $(\alpha\in I)$

بين أن f_α تطبيق تقابلي و حدد تقابله العكسي f_α^{-1} . — ن0,5

4) نضع $F=\{f_\alpha\ /\ \alpha\in I\}$

أ- بين أن $\circ$ تركيب التطبيقات هو قانون تركيب داخلي في F . — ن0,5

ب- بين أن التطبيق $\varphi : I\to F$, $\alpha\mapsto f_\alpha$ تشاكل تقابلي من $(I,*)$ نحو $(F,\circ)$. — ن0,75

ج- استنتج بنية $(F,\circ)$. — ن0,25

د- حل في المجموعة F المعادلة : $f_{\frac{1}{2}}\circ g=f_{-\frac{1}{2}}$ (g هو مجهول في F) — ن0,5

انظر خلف الورقة

التمرين رقم 4 :	10ن
I) نعتبر الدالة العددية φ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $\varphi(t)=\ln t-1+\frac{1}{t}$	
1) ادرس تغيرات الدالة φ .	0,75ن
2) استنتج أن : $(\forall t\in]0,1[)\quad \varphi(t)>0$	0,25ن
II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0,1]$ بما يلي : $\begin{cases} f(t)=\frac{t-1}{\ln t}\ ;\ 0<t<1 \\ f(0)=0;\ f(1)=1 \end{cases}$	
و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم . م . م $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة المبيانية تساوي $10cm$)	
1) بين أن f متصلة على $[0,1]$.	0,75ن
2) أ- بين أن f قابلة على الاشتقاق على المجال $]0,1[$ و أن : $(\forall t\in]0,1[)\quad f'(t)=\frac{\varphi(t)}{\ln^2(t)}$	0,5ن
ب- استنتج منحى تغيرات الدالة f .	0,25ن
3) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في 0 على اليمين ثم أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة المحصل عليها .	0,5ن
4) أ- بين أن : $\left(\forall u\in\left[0,\frac{1}{2}\right]\right)\quad 0\le\frac{1}{1-u}-(1+u)\le 2u^2$	0,5ن
ب- استنتج أن : $\left(\forall u\in\left[0,\frac{1}{2}\right]\right)\quad 0\le-\ln(1-u)-\left(u+\frac{u^2}{2}\right)\le\frac{2u^3}{3}$	0,25ن
5) باستعمال السؤال 4) ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق في 1 على اليسار و أن $f_g'(1)=\frac{1}{2}$	1ن
6) أنشئ المنحنى (C_f) .	1ن
III) لكل x من المجال $]0,1]$ ، نضع : $I(x)=\int_x^1 f(t)\,dt$ و $J(x)=\int_x^1\frac{f(t)}{t}\,dt$	
1) لتكن الدالة K المعرفة على $]0,1]$ بما يلي : $K(x)=J(x^2)-J(x)$	
أ- بين أن K قابلة للاشتقاق على $]0,1]$ و أن $K'(x)=\frac{1}{x}\left(f(x)-2f(x^2)\right)$	0,75ن
ب- بين أن : $(\forall x\in]0,1])\quad f(x)-2f(x^2)=-xf(x)$	0,5ن
ج- استنتج أن : $(\forall x\in]0,1[)\quad I(x)=\int_{x^2}^{x}\frac{t-1}{t\ln t}\,dt$	0,5ن
2) بين أن : $(\forall x\in]0,1[)\quad \int_{x^2}^{x}\frac{-1}{t\ln t}\,dt=\ln 2$	0,25ن
3) أ- بين أن : $(\forall x\in]0,1[)(\forall t\in]0,x[)\quad 0\le-\frac{1}{\ln t}\le-\frac{1}{\ln x}$	0,5ن
ب- استنتج أن : $(\forall x\in]0,1[)\quad 0\le\left\|\int_{x^2}^{x}\frac{dt}{\ln t}\right\|\le-\frac{x}{\ln x}$	0,5ن
4) حدد $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} I(x)$	0,25ن
5) نضع $I=\int_0^1 f(t)\,dt$	
أ- بين أن : $(\forall x\in]0,1])\quad I-I(x)=\int_0^x f(t)\,dt$	0,25ن
ب- استنتج أن : $(\forall x\in]0,1])\quad 0\le I-I(x)\le x$	0,5ن
ج- برهن أن $I=\ln 2$	0,25ن