المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
قطاع التربية الوطنية

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة سوس ماسة درعة الثانوية التأهيلية محمد السادس ورزازات	الامتحان التجريبي الموحد في مادة الرياضيات دورة أبريل 2007	الشعبة : الثانية بكالوريا علوم رياضية المدة الزمنية : 4 ساعات المعامل : 10

بسم الله الرحمن الرحيم

لمزيد من دروس و تمارين و امتحانات ... موقع قلمي

التمرين الأول : (3ن)

1. نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(x+1)^2 = 9+5y \quad : \quad (E)$.

(0.5) أ- ليكن (x,y) حلا للمعادلة (E) . بين أن : $x \equiv 1 \quad [5]$ أو $y \equiv 2 \quad [5]$.

(1) ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

(0.5) 2. بين أن : $\left(5k^2+4k-1\right) \wedge (5k+1) = (k-3) \wedge 8 \quad : \quad \forall k \in \mathbb{Z}$.

(1) 3. حل في $\mathbb{N}^2$ النظمة : $\begin{cases} \overline{121}^{(x)} = \overline{59}^{(y)} \\ x \wedge y = 8 \\ x \equiv 1 \quad [5] \end{cases}$.

التمرين الثاني : (3ن)

ليكن θ عددا حقيقيا.

نضع : $\forall z \in \mathbb{C} \quad : \quad P(z) = z^3 + \left(1+3ie^{i\theta}\right)z^2 + \left(1+i\left(1+3e^{i\theta}\right)\right)z + 3(-1+i)e^{i\theta}$.

(0.5) 1. بين أن : $z_1 = -3ie^{i\theta}$ حل للمعادلة : $(E): \quad P(z) = 0$.

(1) 2. أ- حدد العددين العقديين a و b بحيث : $P(z) = \left(z+3ie^{i\theta}\right)\left(z^2+az+b\right)$.

(0.5) ب- ليكن z_2 و z_3 الحلين الآخرين للمعادلة (E) . حدد z_2 و z_3 (z_2 الحل التخيلي الصرف).

(0.5) 3. أ- أكتب z_1 و z_2 و z_3 على الشكل المثلثي ..

(0.5) ب- نضع : $\theta = \frac{\pi}{10}$. حدد الشكل الجبري للعدد العقدي α حيث : $\alpha = z_1^5 + z_2^5 + z_3^5$.

التمرين الثالث : (3.5ن)

نضع : $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ و $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.

(0.5) 1. أ- تحقق أن : $A^2 = -2(I+A)$.

(0.5) ب- استنتج أن المصفوفة A تقبل مقلوبا يتم تحديده بدلالة I و A .

0.5 0.5 0.5 0.5 0.5

2. نضع : $E=\left\{M(a,b)\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})\ /\ M(a,b)=aI+bA\ ;\ a\in\mathbb{R}\ \text{و}\ b\in\mathbb{R}\right\}$.

أ- بين أن $(E,+,.)$ فضاء متجهي حقيقي . 0.5

ب- بين أن (I,A) أساس للفضاء المتجهي E . 0.5

3. نعتبر التطبيق :

$$\begin{array}{rccc} h: & (\mathbb{C}^*,\times) & \to & (E^*,\times) \\ & a+ib & \mapsto & (a+b)I+bA \end{array}$$

أ- أثبت أن h تشاكل تقابلي . 0.5

ب- استنتج بنية $(E,+,\times)$. 0.5

جـ- حدد مقلوب كل عنصر $M(a,b)$ من E^* باستعمال التشاكل h . 0.5

التمرين الرابع : 10.5 ن

الجزء الأول : 2.5 ن

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $h(t)=1-t+\frac{t^2}{2}-e^{-t}$.

1. حدد $h'(t)$ ثم $h''(t)$ لكل t من $\mathbb{R}^+$.

2. حدد $h'(0)$ و $h''(0)$.

3. بين أن : $\forall t\geq 0\ :\ 0\leq h''(t)\leq t$ ، واستنتج تأطيرا ل $h'(t)$ لكل t من $\mathbb{R}^+$ ، ثم بين أن :

$$\forall t\in[0,+\infty[\ :\ 0\leq h(t)\leq\frac{t^3}{6}.$$

4. بين أن : $\forall t\in[0,+\infty[\ :\ 1-t+\frac{t^2}{2}-\frac{t^3}{6}\leq e^{-t}\leq 1-t+\frac{t^2}{2}$.

الجزء الثاني : 2.5 ن

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} g(t)=\dfrac{1-e^{-t}}{t}\ ; & t>0 \\ g(0)=1 \end{cases}$$

1. بين أن g متصلة في 0 .

2. بين أن g قابلة للاشتقاق في 0 وأن $g'(0)=-\frac{1}{2}$.

3. أ- حدد $g'(t)$ لكل t من $]0,+\infty[$.

ب- بين أن : $\forall t\in\,]0,+\infty[\ :\ 1+t\leq e^t$.

جـ- أعط جدول تغيرات الدالة g .

الجزء الثالث : 2.5 ن

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{x}\left(e^{-x}-e^{-2x}\right) & ; \quad x>0 \\ f(0)=1 & \end{cases}$$

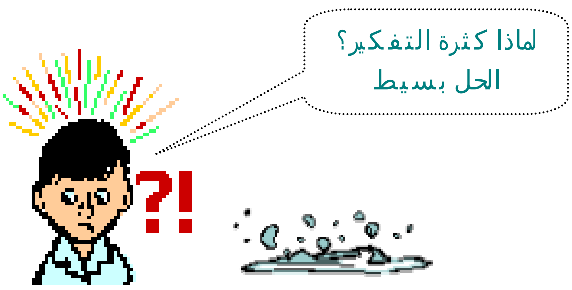
ونعتبر $(\mathscr{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$
حيث : $\|\vec{i}\|=4cm$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أحسب $f'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ واستنتج أن : $f'(x)\le 0 \quad : \quad \forall x\in]0,+\infty[$.
(يمكنك استعمال السؤال $B-3-$ب)
3. بين أن : $f(x)=2g(2x)-g(x) \quad : \quad \forall x\in]0,+\infty[$ ، ثم أحسب $f'(0)$.
4. أنشئ $(\mathscr{C}_f)$.

الجزء الرابع : 3 ن

نعتبر الدالة العددية F المعرفة بما يلي : $F(t)=\displaystyle\int_0^t f(x)dx \quad : \quad \forall t\in[0,+\infty[$.

1. أدرس تغيرات الدالة F .
2. أ- بين أن : $0\le f(x)\le e^{-x} \quad : \quad \forall x\in[0,+\infty[$.
ب- استنتج أن: $0\le F(t)\le 1 \quad : \quad \forall t\in[0,+\infty[$.
3. نضع : $G(t)=\displaystyle\int_0^t g(x)dx \quad : \quad \forall t\in[0,+\infty[$.
أ- بين أن : $F(t)=G(2t)-G(t) \quad : \quad \forall t\in[0,+\infty[$ ، ثم استنتج أن :
$F(t)=\displaystyle\int_t^{2t} g(x)dx \quad : \quad \forall t\in[0,+\infty[$.
ب- بين أن : $0\le \dfrac{1}{x}-g(x)\le e^{-x} \quad : \quad \forall x\in[1,+\infty[$ ، واستنتج أن :
$0\le \ln 2-F(t)\le e^{-t} \quad : \quad \forall t\in[1,+\infty[$.
جـ- حدد : $\lim\limits_{t\to+\infty} F(t)$.



بالتوفيق إن شاء الله