ثانوية عبد الله بن ياسين التأهيلية	امتحان تجريبي	الموضوع	1/3
انزكان	دورة ابريل 2007	المدة الزمنية	4 س
	مادة الرياضيات	المعامل	10
	المستوى : الثانية بكالوريا	الشعبة:	علوم رياضية

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

تمرين رقم: 1 (3.5 نقطة)

1- بين أن العدد 2003 أولي. 0.5

2- أ- حل المعادلة: $(u;v)\in\mathbb{Z}^2 \quad 123u+2003v=1$ 0.75

ب- استنتج عددا معلوما k_0 حيث : $123k_0\equiv 1[2003]$. 0.25

ج- بين أن: $(\forall x\in\mathbb{Z})\ 123x\equiv 456[2003]\Leftrightarrow x\equiv 456k_0[2003]$. 0.5

د- حدد مجموعة حلول المعادلة : $x\in\mathbb{Z}\ ;123x\equiv 456[2003]$. 0.5

ه-بين أنه يوجد عدد صحيح نسبي وحيد n حيث : $1\le n\prec 2003$ و $123n\equiv 456[2003]$ 0.25

3- ليكن a عددا صحيحا حيث : $1\le a\prec 2003$

أ- بين أنه يوجد عدد صحيح m حيث : $am\equiv 1[2003]$. 0.5

ب- بين أن لكل b من $\mathbb{Z}^*$ يوجد عدد صحيح وحيد x حيث : $1\le x\prec 2003$ $ax\equiv b[2003]$. 0.25

تمرين رقم: 2 (2.75 نقطة)

المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1- لتكن M و N و P ثلاث نقط مختلفة ألحاقها m و n و p على التوالي .

بين أن المثلث MNP قائم الزاوية في N إذا و فقط إذا كان : $i\dfrac{p-n}{m-n}\in\mathbb{R}^*$. 0.5

2- ليكن $z\in\mathbb{C}^*-\{-1;1\}$ ونعتبر فيما يلي z و z^2 و z^4 ألحاق النقط M و N و P على التوالي .

أ- تحقق من أن النقط M و N و P مختلفة مثنى مثنى . 0.25

ب- بين أن المثلث MNP قائم الزاوية في Nاذا وفقط إذا كانت النقطة M تنتمي إلى المنحنى (Γ) الذي معادلته: 0.75

$x^2-y^2+x=0$ محروما من نقطتين .

ج- حدد طبيعة (Γ) وعناصره المميزة. 0.75

د- أنشئ (Γ) . 0.5

تمرين رقم: 3(4 نقط)

نعتبر المجموعة $E=\left\{M_{(a;b)}=\begin{pmatrix} a & -b\\ 3b & a-2b\end{pmatrix}/(a;b)\in\mathbb{R}^2\right\}$

1- بين أن $(E;+)$ زمرة تبادلية . 0.5

2-أ- بين أن : 0.75

$$(\forall (a;b)\in\mathbb{R}^2)(\forall (c;d)\in\mathbb{R}^2)M_{(a;b)}\times M_{(c;d)}=M(ac-3bd;ad+bc-2bd)$$

ب- استنتج أن $(E;+;\times)$ حلقة .	0.75
3- نضع $E^{*}=E-\{M_{(0;0)}\}$ ونعتبر التطبيق φ المعرف كما يلي : $$\varphi : \begin{array}{l} E^{*} \to \mathbb{C}^{*} \\ M_{(a;b)} \to (a-b)+ib\sqrt{2} \end{array}$$	
أ- بين أن E^{*} جزء مستقر في $(E;\times)$.	0.5
ب- بين أن φ تشاكل تقابلي من $(E^{*};\times)$ نحو $(\mathbb{C}^{*};\times)$.	0.75
4- بين أن $(E;+;\times)$ جسم تبادلي .	0.75
تمرين رقم:(9.75 نقطة)	
الجزء الأول :	
نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كما يلي : $$g(x)=1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$$	
1- ادرس تغيرات g على $\mathbb{R}^{*}$.	0.75
2- استنتج اشارة $g(x)$.	0.25
الجزء الثاني :	
نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} ;\ x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$	
1- احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.	0.5
2- بين أن f متصلة في 0 .	0.25
3- ادرس اشتقاق الدالة f في الصفر ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .	0.75
4- بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^{*}$ و أن : $$(\forall x\in\mathbb{R}^{*})\ f'(x)=\frac{g(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^{2}}$$	0.75
5- أعط جدول تغيرات f .	0.25
6- بين أن المستقيم الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجو $+\infty$ وبجوار $-\infty$.	0.75
7- أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم (الوحدة 4cm) (نعطي $\frac{1}{1+e}=0.27$) .	0.5

8-أ- ليكن $n \in \mathbb{N}^*$ بين أن المعادلة $f(x)=n$ تقبل حلا وحيدا α_n على $\mathbb{R}$.	0.25
ب- بين أن $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)\ \alpha_n \succ n$ و استنتج $\lim \alpha_n$.	0.75
الجزء الثالث :	
نعتبر الدالة F المعرفة على $[1;+\infty[$ بمايلي: $F(x)=\int_1^{x^2} f(t)\,dt$	
1-أ- باستعمال مبرهنة المتوسط بين أن : $\left(\forall x \in [1;+\infty[\right)\left(\exists c \in \left[1;x^2\right]\right) F(x)=\left(x^2-1\right)f(c)$	0.5
ب- أثبت أن $\left(\forall x \geq 1\right)\ \left(x^2-1\right)f(1) \leq F(x) \leq \left(x^2-1\right)f\left(x^2\right)$ واستنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$.	0.5
ج- حدد $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{F(x)}{x}$ و استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى $\left(C_F\right)$ بجوار $+\infty$.	0.5
2- حدد الدالة المشتقة للدالة F و أعط جدول تغيراتها .	0.5
3- أعط معادلة نصف المماس ل $\left(C_F\right)$ عند النقطة التي افصولها 1 .	0.25
4- أنشئ $\left(C_F\right)$.	0.5
الجزء الرابع :	
نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بمايلي : $u_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} \frac{f(t)}{t^3}\,dt$	
1- بين أن $\left(u_n\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$ تزايدية قطعا .	0.25
2- أ- باستعمال مكاملة بتعيير المتغير بين أن : $u_n = \int_1^n \left(1-\frac{e^t}{1+e^t}\right)dt$.	0.5
ب- استنتج u_n بدلالة n ثم حدد $\lim u_n$.	0.5

انتهى

ذ. ابدرار عبدالكريم