الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا دورة يونيو 2006	الصفحة	1/3
	مدة الإنجاز	4 ساعات
المادة : الرياضيات الشعبة : علوم رياضية مؤسسة الازرق الخاصة:E.S.L/ثانوية:ام ايمن-نيابة فاس.	المعامل	10

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير القابلة للبرمجة

سلم التنقيط

التمرين الأول: ليكن θ ينتمي على المجال $]0,\pi[$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $E: z^2-2z\sin\theta+2(1+\cos\theta)=0$ (نرمز ب z_1 و z_2 الحلين بحيث: $\operatorname{Im}(z_1)\geq\operatorname{Im}(z_2)$) . — 0,5

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

2) أ -اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي . — 0,5

ب-حدد قيم θ لكي يكون المثلث OM_1M_2 متساوي الأضلاع حيث $M_1(z_1)$ و$M_2(z_2)$ — 0,25

3) لتكن M لحقها z ، نرجح النقطتين $(M_1,1)$ و $(M_2,3)$.

ا- بين أن : $z=\sin\theta-2i(1+\cos\theta)$. — 0,25

ب-لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث : θ يتغير في المجال $]0,\pi[$.

بين أن : (Γ) جزء من مخروطي يجب تحديد طبيعته وعناصره المميزة، ثم أنشئ (Γ) في المعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$ — 0,75

التمرين الثاني : (السؤالان 1 و 2 مستقلان)

1) أ – حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $5x-11y=4$ — 0,5

ب- حل في $\mathbb{Z}$ النظمة : $\begin{cases}3z\equiv1[5]\\7z\equiv9[11]\end{cases}$ — 0.5

2) أ- ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .حدد حسب قيم n باقي القسمة الإقليدية للعدد 12^n على 5 . — 0,25

ب-نعتبرنظام العد ذي الأساس 12 الأرقام : $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,\alpha,\beta$ — 0,5

حدد باقي القسمة الإقليدية للعدد $\overline{4\beta32\alpha5}^{(12)}$ على 5 .

التمرين الثالث : للوصول إلى محطة القطار ، يقطع سائق سيارة أجرة عدة إشارات للمرور . لكل n من $\mathbb{N}^*$ نعتبر E_n الحدث : " السائق صادف الضوء الأحمر والأصفر في الملتقى n "

نضع : $p_n=p(E_n)$ و $q_n=p(\overline{E_n})$

نفترض أن احتمال أن يكون الضوء أحمر أو أصفر في الملتقى الأول هو $\frac{1}{8}$. واحتمال لكي يصادف السائق الضوء الأحمر أو الأصفر في الملتقى $n+1$ إذا كان الضوء أحمر أو أصفر في الملتقى n هو $\frac{1}{20}$ واحتمال أن يصادف الضوء الأحمر أو الأصفر في الملتقى $n+1$ إذا كان الضوء أخضر في الملتقى n هو $\frac{9}{20}$.

1) احسب $p_{E_n}(E_{n+1})$ و $p_{\overline{E_n}}(E_{n+1})$. — 0,5

2) بين أن $p_{n+1}=\frac{1}{20}p_n+\frac{9}{20}q_n$ ثم استنتج p_{n+1} بدلالة p_n . — 0,5

3) لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع $v_n=28p_n-9$.

أ) بين أن $(v_n)_{n\geq1}$ هندسية محددا أساسها وحدها الأول v_1 . — 0,25

ب) حدد p_n بدلالة n . — 0,5

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}p_n$ واعط تأويلا لهذه النتيجة . — 0,5

<u>التمرين الرابع:</u> نعرف في $\mathbb{R}^2$ قانوني التركيب الداخلية $+$ و $\times$ كما يلي : لكل (a,b) و (a',b') من $\mathbb{R}^2$:

$$(a,b)+(a',b')=(a+a',b+b')$$

$$(a,b)*(a',b')=(aa',b(a'-b')+b'(a-b))$$

1) تحقق من أن $(\mathbb{R}^2,+)$ زمرة تبادلية .

2) أ – بين أن $*$ تبادلي . 0,5

ب-بين أن $(\mathbb{R}^2,+,*)$ حلقة واحدية تبادلية وحدتها $(1,0)$. 0,5

ج- حدد U مجموعة العناصر (a,b) التي تقبل مماثلا في $(\mathbb{R}^2,*)$. 0,5

د-هل $(U,+,*)$ جسم ؟ علل جوابك ؟ 0,5

3) نعرف التطبيق φ من $\mathbb{R}^2$ نحو $M_3(\mathbb{R})$ بما يلي : 0,5

$$\varphi((a,b))=M(a,b)=\begin{pmatrix} a-b & -b & 0 \\ -b & a-b & 0 \\ -b & b & a-2b \end{pmatrix}$$ لكل (a,b) من $\mathbb{R}^2$.

أ- بين أن φ تشاكل من $(\mathbb{R}^2,+)$ نحو $(M_3(\mathbb{R}),+)$ ومن $(\mathbb{R}^2,*)$ نحو $(M_3(\mathbb{R}),\times)$.

ب- استنتج بنية $(\varphi(\mathbb{R}^2),+,\times)$. 0,5

4) نضع لكل t من $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ولكل n من $\mathbb{N}^*$: $A(t)=M(1,t)$ و $(A(t))^n=A(t_n)$ 0,25

أ- بين أن $A(t)$ يقبل مقلوبا في $(M_3(\mathbb{R}),\times)$ وحدد $(A(t))^{-1}$.

ب- حدد علاقة ترجعية بين t_n و t_{n+1} . 0,5

ج- حدد t_n بدلالة n و t واستنتج المصفوفة $(A(t))^n$ بدلالة t و n . 0,25 0,5

<u>مسألــة</u> : **الجزء الأول :**

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0,1]$ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x-1}{\ln x}, x\in]0,1[\\ f(0)=0 \\ f(1)=1 \end{cases}$$

1) بين أن f متصلة على اليمين في 0 وعلى اليسار في 1 .

2) لتكن الدالة u المعرفة على $]0,1[$ بما يلي : $u(x)=\ln x-1+\dfrac{1}{x}$. 0,5

ادرس تغيرات الدالة u ثم استنتج إشارة $u(x)$ على المجال $]0,1[$. 0,5

3) لكل x من $]0,1[$ ، احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارة $f'(x)$.

4) ادرس اشتقاق f على اليمين في 0 ثم اعط تأويلا هندسيا . 0,5

5) أ- بين أنه لكل x من $\left[0,\frac{1}{2}\right]$: $0\le\dfrac{1}{1-x}-(1+x)\le 2x^2$ 0,5

0,25

ب-استنتج أنه لكل t من $\left[0,\frac{1}{2}\right]$: $0\le-\ln(1-t)-(t+\dfrac{t^2}{2})\le\dfrac{2t^3}{3}$ 0,5

6) لتكن الدالة g المعرفة على $]0,1]$ بما يلي : $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$

ا- بين أنـه لكل h من $\left[-\frac{1}{2},0\right]$: $0\le g(1+h)-g(1)+\frac{h}{2}\le\frac{2h^2}{3}$	0,5
ب-استنتـج أن g قابلة للاشتقاق في 1 على اليسار وحدد $g_g'(1)$.	0,5
ج-بين أن : $f_g'(1)=\frac{1}{2}$	0,5
7) ارسـم C_f $\left(\lVert\vec{i}\rVert=\lVert\vec{j}\rVert=4cm\right)$.	0,5
الجـزء الثـانـي :	
نضـع : $I=\int_0^1 f(t).dt$ و لكل x من $]0,1]$: $I(x)=\int_x^1 f(t)dt$ و $J(x)=\int_x^1\frac{f(t)}{t}dt$	
لتكن الدالة F المعرفة على $]0,1]$ بما يلي : $F(x)=J(x^2)-J(x)$	
1) بين أن لكل x من $]0,1]$: $F'(x)=\frac{1}{x}\left(f(x)-2f(x^2)\right)$	0,5
2) تحقق أن لكل x من $]0,1]$: $f(x)-2f(x^2)=-xf(x)$	0,5
3) استنتـج أن لكل x من $]0,1]$: $I(x)=\int_{x^2}^{x}\frac{t-1}{t\ln t}.dt$	0,5
4) بين أن : $\int_{x^2}^{x}\frac{1}{t\ln t}dt=-\ln 2$	0,25
5) أ- بين أن لكل x من $]0,1[$: $\left\lvert\int_{x^2}^{x}\frac{dt}{\ln t}\right\rvert<\frac{-x}{\ln x}$	0,5
ب-استنتـج ممـا سبـق : $\lim\limits_{x\to 0^+} I(x)$	0,5
6) أ- تحقق أن لكل x من $]0,1]$: $I-I(x)=\int_0^x f(t).dt$	0,5
ب- استنتـج أن : $0<I-I(x)\le x$	0,5
7) بيـن أن : $I=\ln 2$	0,5

انـــتـــهـــى