الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا 2006	الصفحة	1/2
	مدة الإنجاز	4 ساعات
المادة : الرياضيات الشعبة : علوم رياضية المؤسسة: ثانوية ام ايمن	المعامل	10

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة القابلة للبرمجة

سلم التنقيط	

تمرين 1: (4.5نقطة) الجزءان A و B مستقلان .

-A نعتبر العدد العقدي : $z=\cos\theta+i\sin\theta$ بحيث $\theta\in]0,2\pi[$.

(0.5) 1) حدد بدلالة $\frac{\theta}{2}$ معيار وعمدة العدد العقدي $Z=\frac{1+z}{1-z}$.

(0.5) 2) حدد z بحيث يكون $z^3+\frac{1}{z^3}=1$ ثم استنتج قيم العدد Z الموافقة .

(0.5) 3) بين أنه إذا كان z عددا عقديا غير منعدم بحيث $z+\frac{1}{z}=2\cos x$ فإن $\forall n\in\mathbb{N}\ \ z^n+\frac{1}{z^n}=2\cos nx$

(0.5) **B-** 1) أ – حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-\sqrt{2}z+2i\sqrt{3}=0$ ليكن z_1 و z_2 الحلين بحيث $\mathrm{Im}(z_1)<0$

(0.5) ب- اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي .

(0.5) ج-حدد مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية n بحيث : $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ عدد حقيقي .

2) في المستوى العقدي (P) المنسوب على معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر المجموعة

$$(\Gamma)=\left\{M(z)/\,z^2-\sqrt{2}z+i\sqrt{3}\in i\mathbb{R}\right\}$$

(1) أ) بين أن (Γ) هذلول يتم تحديد مركزه ورأسيه ومقاربيه .

(0.5) ب) أنشئ (Γ) في المعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$.

تمرين 2: (2.25نقطة) (0.5) 1) بين أن : $\forall(a,b)\in\mathbb{Z}^{*2}\ \ a\wedge b=1\Rightarrow a^2\wedge b^2=1$

2) ليكن a و b من $\mathbb{Z}^*$.

(0.5) أ-بين أن كل قاسم مشترك للعددين $(a-b)$ و (a^2-ab+b^2) هو قاسم مشترك لـ a^2 و b^2 .

(0.5) ب- استنتج أن : $a\wedge b=1\Rightarrow(a-b)\wedge(a^2-ab+b^2)=1$

(0.75) 3) حل في $\mathbb{Z}^{*2}$ النظمة : $\begin{cases}x\wedge y=1\\4(x^2-xy+y^2)=13(x-y)\end{cases}$

تمرين 3:(3.25نقطة)

نعتبر المجموعة $E=\left\{M(a,b)=\begin{pmatrix}a & -2b\\ b & a\end{pmatrix}/(a,b)\in\mathbb{R}^2\right\}$ ونعرف على $\mathbb{R}^2$

القانون $*$ كما يلي : $(a,b)*(c,d)=(ac-2bd,ad+bc)$ وليكن التطبيق $\begin{array}{l}\varphi:\mathbb{R}^2\to E\\(a,b)\mapsto M(a,b)\end{array}$

(0.5) 1) أ-بين أن E زمرة جزئية من $(M_2(\mathbb{R}),+)$

(0.5) ب- بين أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

(0.5) ج- استنتج أن : $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية وواحدية .

(0.5) 2) هل $(E,+,\times)$ جسم ؟ علل جوابك .

(0.75) 3) أ – بين أن φ تشاكل تقابلي من $(\mathbb{R}^2,+)$ نحو $(E,+)$ ومن $(\mathbb{R}^2,*)$ نحو $(E,\times)$

(0.5) ب-استنتج بنية $(\mathbb{R}^2,+,*)$

الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا 2006	الصفحة	2/2
	مدة الإنجاز	4 ساعات
المادة : الرياضيات الشعبة : علوم رياضية المؤسسة: ثانوية ام ايمن	المعامل	10

مسألة : (10نقط) نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1,+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=(x+1)^{(1+\frac{1}{x})} \; ; \quad x\neq -1 \; ; \; x\neq 0 \\ f(-1)=1 \quad ; \; f(0)=e \end{cases}$$

I - 1) أ – بين أن : $(\forall x\in]-1,0[\cup]0,+\infty[):f(x)=e^{\frac{(x+1)\ln(x+1)}{x}}$

ب- ادرس اتصال f في 0 وعلى يمين -1 .

2) أ – احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن : $(\forall x\in]-1,0[\cup]0,+\infty[):f(x)-x=x(e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}-1)+e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}$

ج- استنتج طبيعة الفرع اللانهائي بجوار $+\infty$.

3) بين أن : $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}=+\infty$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

4) أ – بين أن : $\ln(1+x)-x+\frac{1}{2}x^2=\int_0^x \frac{t^2}{1+t}dt$

ب-بين أن : $\left(\forall t\geq -\frac{1}{2}\right):\frac{t^2}{1+t}\leq 2t^2$

ج- بين أن : $\left(\forall x\geq -\frac{1}{2}\right):\left|\int_0^x \frac{t^2}{1+t}dt\right|\leq \frac{2}{3}|x|^3$

د- استنتج أن : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}=-\frac{1}{2}$

هـ- ادرس اشتقاق f في 0 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

5) أ – نعتبر الدالة $g(x)=x-\ln(x+1)$

ادرس تغيرات الدالة g واستنتج أن : $(\forall x\succ -1):g(x)\geq 0$

ب- بين أن : $(\forall x\in]-1,0[\cup]0,+\infty[):f'(x)=\frac{x+1}{x^2}e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}g(x)$

ج-ادرس تغيرات f وضع جدول تغيراتها .

6) أنشئ المنحنى C_f .

II- نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1,+\infty[$ بما يلي : $h(x)=\int_0^1 f(xt)dt$

1) أ – بين أن : $(\forall x\geq -1):f(x)\geq x$

ب- استنتج أن : $(\forall x\geq 0):h(x)\geq \frac{x}{2}$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

2) أ- بين أن: $(\forall x\neq 0):h(x)=\frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$

ب-بين أن h قابلة للاشتقاق على $(]-1,0[\cup]0,+\infty[)$ وأن $h'(x)=\frac{1}{x}(f(x)-h(x))$

ج- بين أن: $(\forall x\in[-1,0]):f(x)\leq h(x)\leq e$ وأن $(\forall x\in[0,+\infty[):e\leq h(x)\leq f(x)$

د- حدد تغيرات الدالة h

سلم التنقيط: 0.25 ، 0.5 ، 0.25 ، 0.25 ، 0.25 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.25 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.75 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.75 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.75 ، 0.5