معهد نور الرشاد القنيطرة الثانية باك علوم رياضية أ و ب الأستاذ : محمد غريز	**فرض محروس رقم 5**	الدورة الثانية المدة 4 ساعات

التمرين الأول :

A) 1 - لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\int_{x}^{2x}\frac{1}{\ln t}dt$

حدد مجموعة تعريف f

2 - أ- بيين أن f قابلة للاشتقاق على D_f و أن $f'(x)=\frac{\ln\left(\frac{x}{2}\right)}{\ln 2x.\ln x}$

ب- ادرس تغيرات f

3 - أ- بين أن لكل x من D_f $\frac{x}{\ln 2x}\leq f(x)\leq\frac{x}{\ln x}$

ب- احسب $\lim\limits_{x\to 0+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0+}\frac{f(x)}{x}$

ج- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

4 – نعتبر الدالة $\varphi:]0,1]\to\mathbb{R}$

$t\to\varphi(t)=2-2t+2\ln t$

أ - ادرس تغيرات الدالة φ على $]0,1]$

ب - بين أن المعادلة $\varphi(t)=0$ تقبل حلا وحيدا $0\prec\alpha\prec\frac{1}{2}$

ج- بين أن لكل t من $]0,1]$ $\ln t\geq 2t-2$

د- بين أن لكل x من $]0,1]$ $f(x)\leq\frac{1}{2}\int_{x}^{2x}\frac{dt}{t-1}$ و استنتج $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-}f(x)$

5 – بين أن لكل t من $[\alpha,+\infty[$ $\ln t\leq t-1$ و احسب $\lim\limits_{x\to 1+}f(x)$

6 – أ- اعط جدول تغيرات f . ب- انشىء (C_f) في م م م .

B) ليكن n عدد صحيح طبيعي بحيث $(n\geq 2)$.

نعتبر الدالة g_n المعرفة على $]1,+\infty[$ بما يلي : $g_n(x)=\int_{x}^{nx}\frac{1}{\ln t}dt$

لتكن (Γ_n) منحنى الدالة g_n في م.م.م $(o,\vec{i},\vec{j})$

1 – ليكن m و n عددين صحيحين طبيعيين بحيث : $2\leq n\prec m$

ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (Γ_n) و (Γ_m)

2 – أ- بين أن g_n قابلة للاشتقاق على $]1,+\infty[$. و احسب $g'_n(x)$

ب- استنتج أن (Γ_n) يقبل مماسا وحيدا موازيا لمحور الأفاصيل في نقطة أفصولها $u_n=n^{\frac{1}{n-1}}$

وأرتوبها $v_n=n^{\frac{1}{n-1}}$

3 – أ- بين أن (U_n) متقاربة محددا نهايتها.

ب- بين أن لكل $n\geq 2$ $\frac{(n+1)^n}{n^n}\prec e$ و $\frac{(n+1)^{n-1}}{n^n}\prec 1$ و استنتج رتابة (U_n)

4 – أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$

الدورة الثانية المدة 4 ساعات	**فرض محروس رقم 5**	معهد نور الرشاد القنيطرة الثانية باك علوم رياضية أ و ب الأستاذ : محمد غريز

التمرين الثاني :

1 – ليكن u عددا عقديا معياره 1 و عمدته θ بحيث $\theta \in]0,2\pi[$

حدد معيار و عمدة العدد العقدي z بحيث : $\frac{z-i}{z+i}=u$

2 - نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E):(z^2+1)^n-(z+i)^{2n}=0 \quad (n\in\mathbb{N}^*)$

أ - تحقق أن $-i$ حل للمعادلة (E)

ب - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

التمرين الثالث :

نعتبر علبتين U_1 و U_2

العلبة U_1 تحتوي على n كرة بيضاء و 3 كرات سوداء $(n\geq 1)$

العلبة U_2 تحتوي على كرتين بيضاوتين و كرة واحدة سوداء.

نسحب كرة من U_1 و نضعها في U_2 ثم نسحب كرة من U_2 و نضعها في U_1

1 – نعتبر الحدث A : بعد الانتهاء من السحب العلبتين U_1 و U_2 تحتويان على نفس التركيبة

بين أن $p(A)=\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)$

2 - نعتبر الحدث B : بعد الانتهاء من السحب العلبة U_2 تحتوي على كرة واحدة بيضاء

بين أن $p(B)=\frac{6}{4(n+3)}$

التمرين الرابع :

I) لتكن $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ مصفوفة من $M_2(\mathbb{R})$

1 – بين أن $A^2=(a+d)A-(ad-bc)I$ حيث I هي المصفوفة الوحدة

2 – استنتج أن A تقبل مصفوفة مقلوبة A^{-1} بدلالة A و I .

II) نعتبر المجموعة التالية $E=\left\{T_\alpha \in M_2(\mathbb{R}) / T_\alpha=\begin{pmatrix} e^\alpha & 0 \\ \alpha e^\alpha & e^\alpha \end{pmatrix}, \alpha\in\mathbb{R}\right\}$

1 – بين أن $(E,\times)$ جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

2 – نعتبر التطبيق f المعرف من $\mathbb{R}$ نحو E بما يلي : $f(\alpha)=T_\alpha \quad (\forall\alpha\in\mathbb{R})$

أ – بين أن f تشاكل تقابلي من $(\mathbb{R},+)$ نحو $(\mathbb{R},\times)$ ثم استنتج أن $(E,\times)$ زمرة تبادلية.

ب– بين أن كل مصفوفة T_α من E تقبل مصفوفة مقلوبة $(T_\alpha)^{-1}$ ثم حدد $(T_\alpha)^{-1}$

3 – نضع $F=\{T_\alpha\in E / \alpha\in\mathbb{Z}\}$

بين أن $(F,\times)$ زمرة جزئية للزمرة $(E,\times)$.