

التحضير المتواصل لباكوريا 2010

الموضوع : الدوال الأسية

تمرين 01 :

بسط العبارات التالية :

$$\frac{e^{-x}}{e^{x+1}} - \frac{e^{-2x}}{1+e^{-x}}, \quad \frac{e^{3x}}{(e^{-x})^2 e^x}, \quad (e^x)^3 e^{-2x}$$

$$(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$$

تمرين 02 :

بين العديدين الحقيقيين a و b في الحالات
لية :

$$\frac{e^x - 2}{2e^{x+1}} = a + \frac{b}{2e^{x+1}} \quad (1)$$

$$\frac{e^{2x}}{e^{x+2}} = ae^x + \frac{b}{e^{x+2}} \quad (2)$$

$$\frac{e^x - 1}{3e^{x+1}} = a + \frac{b}{3+e^{-x}} \quad (3)$$

تمرين 03 :

حل المعادلات التالية على \mathbb{R} :

$$\frac{2e^{2x}}{e^{x+1}} = \frac{1}{e^{-x}}, \quad e^{x+1} = e^{\frac{2}{x}}, \quad e^{3-x} =$$

$$e^{2x} + e^{1-2x} - (e+1) = 0, \quad e^{2x} + e^x - 2 =$$

تمرين 04 :

حسب $f'(x)$ في الحالات التالية :

$$f(x) = (x^2 - 3x)e^{-x}, \quad f(x) = e^{x^2-x+1}$$

$$f(x) = \frac{x}{e^{x+1}}, \quad f(x) = \frac{x-1}{x} e^x, \quad f(x) = \frac{e^x}{e^{x-1}}$$

$$f(x) = \sqrt{e^{2x} - 1}$$

التمرين 05 :

حل على \mathbb{R} المعادلات التفاضلية التالية :

$$y + 3y' = 2, \quad 2y + 3y' - 1 = 0, \quad 2y' + 3y = 0$$

التمرين 06 :

f دالة قابلة للاشتقاق على \mathbb{R}

عين $f(x)$ علما أن $f(x) + 2f'(x) = 0$ و f و C_f
يقبل عند النقطة ذات الفاصلة (-2) مماسا معامل
توجيهه $\frac{1}{2}$

التمرين 07 :

f دالة قابلة للاشتقاق على \mathbb{R}

عين $f(x)$ علما أن $f'(x) + 3f(x) = 0$ و f و C_f
نقطة $A(0; 1)$

التمرين 08 :

(I) دالة عددية معرفة على $]-\infty; 4]$:

$$g(x) = x - e^{-x}$$

1- شكل جدول تغيرات الدالة g

2- بين أن المعادلة $(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$\alpha \in \left] \frac{1}{2}; 1 \right[$$

3- عين العدد الطبيعي n حيث $\frac{n}{10} < \alpha < \frac{n+1}{10}$

4- استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty; 4]$

(II) دالة عددية معرفة على $]-\infty; 4]$:

$$f(x) = \frac{1+x}{1+e^x}$$

1- تحقق أن $f'(x) = -\frac{e^x \cdot g(x)}{(1+e^x)^2}$

2- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$:

3- شكل جدول تغيرات الدالة f

4- أثبت أن $f(\alpha) = \alpha$

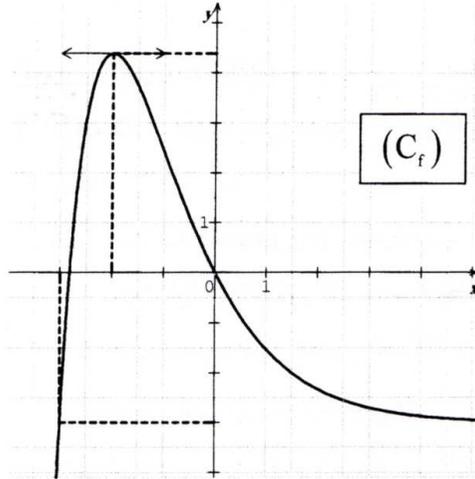
5- نقبل أن المستقيم $y = x + 1$; (Δ) مقارب لـ (C_f)

أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

6- اختر قيمة تقريبية لـ α ثم أنشئ (C_f) ، الوحدة $2cm$

التمرين 09 :

f دالة معرفة على \mathbb{R} بالعلاقة : $f(x) = (x+a)e^{-x} + b$ حيث
 a و b عدنان حقيقيان وليكن C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى
معلم متعامد و متجانس $(\vec{o}; \vec{i}, \vec{j})$.



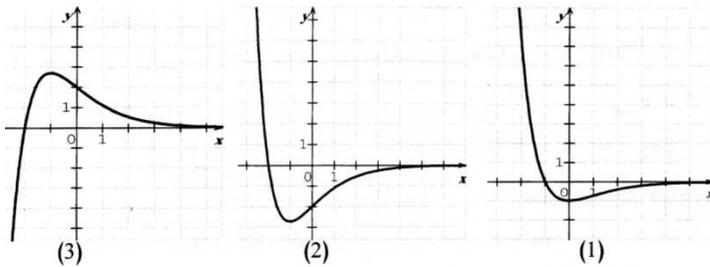
1) بقراءة بيانية للمنحنى C_f .

أ- عين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$

ب- عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$

ج- من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عين مع التبرير

المنحنى الممثل لـ f' .



عماري

$$(2) \text{ أ- بين أن : } f(x) = (x+3)e^{-x} - 3$$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f

ج- بين أن المعادلة $f(x) = -2$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 1.50 و 1.52 .

تمرين 10 : BAC 2009 ت.ر

بر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = x + \frac{2}{e^{x+1}}$

تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$(1) \text{ بين أن : } f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x+1}}$$

(2) أحسب : $f(x) + f(-x)$ من أجل $x \in \mathbb{R}$ ، ثم استنتج

النقطة ω مركز التناظر

(3) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ يقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+2)]$ ثم استنتج

المقارب لـ (C_f) عند $-\infty$

(5) بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α

بحيث $-1.7 < \alpha < -1.6$

(6) أرسم (C_f) من أجل $x \in \mathbb{R}$

تمرين 11 :

الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^{x+1}}$$

(1) - تحقّق أن : $\frac{1}{e^{-x+1}} = 1 - \frac{1}{e^{x+1}}$

- استنتج أن f دالة فردية .

(2) - أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

- استنتج : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$(3) \text{ - بين أن : } f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^{x+1}} \right)^2$$

- شكل جدول تغيرات الدالة f .

- بين أن من أجل $x \in \mathbb{R}^+$ يكون :

$$1 - \frac{2}{e^{x+1}} \leq \frac{1}{2}x$$

(4) - بين أن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x\right) \right] = 0$$

- فسّر النتيجة هندسيا .

(5) استنتج معادلة المقارب المائل بجوار $-\infty$

(6) أنشئ (C_f)

التمرين 12 :

$$f \text{ الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R} - \{0\} \text{ بـ : } f(x) = \frac{2e^x}{e^x - 1}$$

(1) أدرس تغيرات الدالة f

(2) بين أن C_f يقرب لثلاث مسـتقيمات مقاربة

(3) بين أن $A(0,1)$ مركز تناظر ثم أرسم (C_f)

$$(4) \text{ دالة } g \text{ عـددية حيث : } g(x) = \frac{2e^x}{|e^x - 1|}$$

أ- أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$

ب- استنتج رسم C_g من رسم C_f .

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول

$$\text{المعادلة : } |e^x - 1| = 2e^x \dots (1)$$

التمرين 13 : UFC BAC 2008

f دالة عددية معرفة على $[-2; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = -x - \frac{1-5e^x}{e^x}$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) - عين العدد الحقيقي a بحيث يكون $f(x) = 5 - x + ae^{-x}$

- بين أن C_f يقرب مقاربا مائلا (Δ)

- أدرس الوضع النسبي بين C_f و (Δ)

(3) شكل جدول تغيرات f

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث

$$\left[-\frac{3}{2}; -2 \right] \text{ و } \left[\frac{9}{2}; 5 \right] \text{ ، فسّر هندسيا .}$$

(5) أنشئ C_f

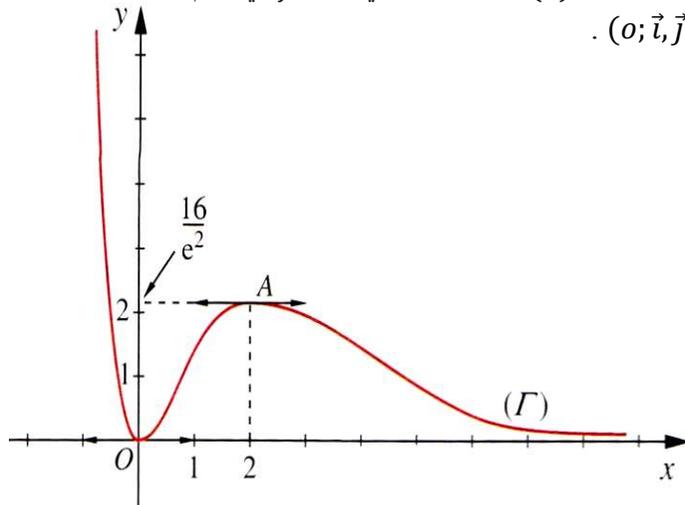
(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة

$$f(x) = 3 - m$$

اعتمادا على C_f أنشئ C_g حيث $g(x) = |f(x)|$

التمرين 14 :

المنحنى (Γ) هو تمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



إذا علمت أن $f(x)$ تكتب على الشكل

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$$

(1) أنشئ جدول تغيرات الدالة f

(2) اعتمادا على المعلومات الموجودة في

البيان . عين الأعداد الحقيقية a, b, c .

عماري

PREPARATION CONTINUE BAC 2010